コラム

基本アロケーションのリバランス*

横浜国立大学経営学部教授 浅野幸弘※

（※前 住友信託銀行 年金研究センター 研究理事）

（本稿は前職時に執筆したものであるが、筆者の個人的見解であり会社の意見ではない。）

基本アロケーションからの乖離

基本（政策）アロケーションのリバランスが関心を集めているようだ。最近この話題を続けざまに耳にした。

それは、株価などが変動すると資産配分比が基本線からズレてしまうが、どの程度まで放っておいてよいのか、あるいは乖離を容認した方がよいのか、という問題である。過去のデータによって、いろいろなシミュレーションが試みられている。

本欄（'97.5.19）でも三木隆二郎氏がその結果を紹介している。それによると、基本アロケーションを株式50%：債券 50%としたとき、乖離の許容範囲を上下±5%に設定して、それを越えたときに基本アロケーションまで戻すという戦略が、リスク1 単位当りのリターンが最も高かったという。他のシミュレーションの中にはもっと乖離幅を広げた方がパフォーマンスが高くなるというものもあるようだ。

しかし、こうしたシミュレーションから一般的な結論を導くのは危険だ。結果はたぶんデータ期間によって変わるだろう。データ・マイニングという批判を免れない。また基本アロケーションを定めたということは、それが投資家にとって最も効用が高いことを意味する。これから乖離すれば当然、効用は低下する。事後的なリスク1 単位当りのリターンという尺度では、これは捉えられない。例えば株価上昇による株式比率の上昇を放っておけば、リターンは高くなるが、リスクも大きくなるだろう。投資家がそれをどう評価するかは、それぞれのリスク許容度によって異なるから、それにともなって乖離の容認幅も違うはずだ。

それでは、そのような投資家の効用ないしリスク許容度の観点からは、乖離の許容幅はどのように決められるのだろう。以下では簡単化のため、株式と債券の2 資産で、定期的にリバランスを行う場合の定式化を試みよう。

基本アロケーションの決定

乖離幅を議論する前に、まず基本アロケーションを求めておく。それは、次のような効用$U(x)$を最大にするように、株式の配分比率xを決定することにほかならない。

$$U(x) = \mu - \frac{1}{2\tau}\sigma^2$$

ただし、$\mu = x\mu_S + (1-x)\mu_B$

$$\sigma^2 = x^2\sigma_S^2 + (1-x)^2\sigma_B^2 + 2x(1-x)\sigma_{SB}$$

τ ：投資家のリスク許容度

μ_S ：株式の期待リターン

μ_B ：債券の期待リターン

σ_S ：株式のリスク（標準偏差）

σ_B ：債券のリスク（標準偏差）

σ_{SB} ：株式と債券の共分散

最適な配分比率をx^*で記すと、それは

$$\frac{\partial U}{\partial x} = \Delta - \frac{xA - B}{\tau} = 0$$

ただし、$A = \sigma_S^2 + \sigma_B^2 - 2\sigma_{SB}$

$$B = \sigma_B^2 - \sigma_{SB}$$

$$\Delta = \mu_S - \mu_B$$

より、次のように表される。

$$x^* = \frac{\tau\Delta + B}{A}$$

---

*本稿は、日本格付投資情報センター発行の『年金情報』(1998.12.7 号)の「QUANTS」欄に掲載されたコラムを同センターの許可を得て再掲載するものである。

なお、本稿は年金資金運用研究センター非常勤研究員の山下隆氏（さくら投資顧問）との議論に触発されるところが大きかった。記して謝意を表したい。

投資家はこの配分比で運用を始めるだろうが、時間がたって株価などが変化すると、時価構成比が変わる。このとき期待リターンやリスクが一定とすると、それは最適な配分比から乖離していることを意味し、基本線に戻した方が効用が高くなると考えられる。しかし、そうすれば当然、取引コストがかかり、その分だけ効用にもマイナスの影響が及ぶ。したがって、配分比を戻すかどうかは、それによるリスク・リターンの改善が取引コストを上回るかどうかに依存するといえよう。

乖離容認幅の設定

いま株価の変動などによって、株式の時価構成比 x が基本アロケーション x^* より高くなったとしよう。このときは株式を減らして債券を増やすべきであろうが、もし Δx だけそうしたとすると、株式から債券への振替えるコストを c とすれば、このコストも含めた効用は

$$\Delta U = \left\{ -D + \frac{xA - B}{t} - c \right\} (-\Delta x)$$

だけ増加する。したがって、もし $\Delta U > 0$ なら株式を減らしていき、$\Delta U = 0$ になったら減らすのを止めれば、取引コストを勘案しての最適なリバランスになる。最初から $\Delta U < 0$ ならば、リバランスは行わない。

ここで $\Delta U = 0$ となる x を x_U で表すと、それは上の式から

$$x_U = \frac{tD + B}{A} + \frac{tc}{A}$$
$$= x^* + \frac{tc}{A}$$

となるが、これは、株式の構成比が基本線を上回ったとき、それが x_U 以上の場合のみ、x_U まで戻すべきことを意味している。基本線にまで戻そうとすると、リスク・リターンの改善以上にコストがかかってしまうので、リバランスはその手前でストップするというわけである。

株式の構成比が低下した場合も同様にして、リバランスの下限を求めることができる。両者を合わせると、結局、次のようなリバランス戦略が得られる。

$x < x_L = x^* - \dfrac{tc}{A}$ のときは x_L まで増やす

$x_L < x < x_U$ のときはリバランスしない

$x > x_U = x^* + \dfrac{tc}{A}$ のときは x_U まで減らす

リバランスの上下限は、上式から明らかなように投資家のリスク許容度に依存している。リスク許容度が大きければ、基本線から外れてリスクが大きくなることより取引コストがかかることの方が重大なため、取引を減らすようにリバランスをしない許容幅が拡大する。

数値例

おおよそのイメージを与えるため、数値例をあげておこう。バブル崩壊の影響を除いた1970～89 年のデータを使うと、$m_S = 0.173$、$m_B = 0.080$、$s_S = 0.163$、$s_B = 0.036$、$s_{SB} = 0.00136$ であったが、基本アロケーションとして株式 50%：債券 50%（$x^* = 0.5$）を選んだ投資家のリスク許容度を逆算すれば、$t = 0.136$ となる。したがって、株式と債券の入替えのコストを 1%とすると、中心線からの乖離許容幅は

$$\frac{tc}{A} = \frac{0.136 \times 0.01}{0.0252} = 0.054$$

となる。つまり、構成比が中心線から上下5.4%以上乖離したら、50.0±5.4%にまで戻すのがよい。取引コストが大きければ、乖離許容幅はこれより拡大する。

なお以上は、定期的に構成比をチェックしてリバランスを行うとしたときの定式化である。連続的に構成比をウォッチする場合も、相当に複雑にはなるが、同じように定式化でき、答はやはり一定幅を越えたら、その境界までリバランスを行うというものである。ただし、そうした連続的なリバランスの場合の方が取引コストがより節約でき、効用は高くなる。詳しくは H.E.Leland, “Optimal Asset Rebalancing in the Presence of Transaction Costs,” U.C. Berkeley, 1996 を参照されたい。